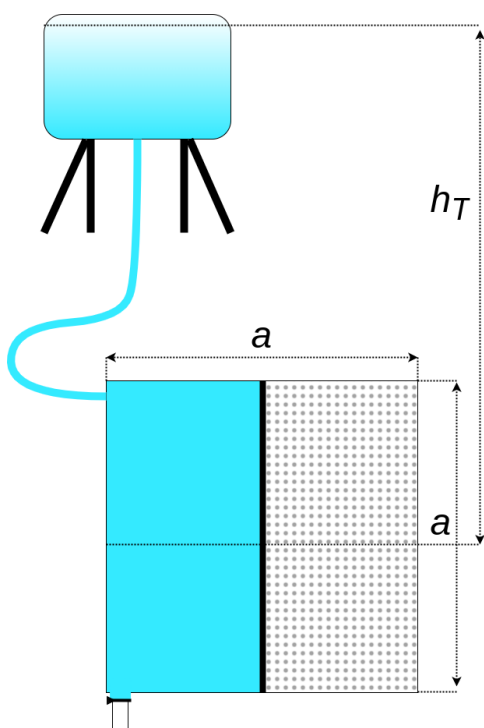


Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak na drugačiji, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali. Najmanja jedinica bodova koja se dodjeljuje jest 1 bod.

**Zadatak 1.** (ukupno bodova: 18)



Promotrite sustav shematski prikazan na slici koji je sastavljen od vodotoranja, dovodne cijevi zanemarivog poprečnog presjeka, komore oblika kocke duljine stranice  $a = 1$  dm s klipom zanemarive debljine koji u njoj može kliziti bez trenja i ventila. Voda ispunjava lijevi dio komore i vodotoranj do određene razine te je visinska razlika između točke u centru komore i površine vode u vodotoranju jednaka  $h_T = 10$  m. Desnu polovicu komore ispunjava dvoatomni idealni plin.

U početnom trenutku, dok klip miruje, na sredini komore polako se počinje otvarati ventil tako da tok vode kroz njega ovisi o vremenu kao  $I = I_0 t / \tau$ , pri čemu su iznosi konstanti jednaki  $I_0 = 3$  L/s te  $\tau = 1$  h.

(a) Odredite jednadžbu koja povezuje trenutačni volumen plina  $V_{\text{plin}}$  i vrijeme  $t$ . U jednadžbi, osim volumena plina i vremena, sve ostale veličine kojima se koristite moraju biti poznate. Naputak: koristite se varijablama za zapis jednadžbe, a ne numeričkim vrijednostima, i imajte na umu da u ovom podzadatku ne morate rješavati ovu jednadžbu za te dvije nepoznanice, odnosno ne morate je sređivati te je možete zapisati u obliku  $f(V_{\text{plin}}, t) = 0$ .

(b) Odredite koliko vremena protekne do trenutka kada se volumen plina promijeni za 10 % te koliki je ukupni rad koji plin obavi u tom vremenu.

Pretpostavite da su dimenzije komore dovoljno malene u usporedbi s visinskom razlikom do razine površine vode u vodotoranju tako da se hidrostatski tlak vode u komori može uzeti da je jednak u svim točkama unutar komore, te uzmite da se hidrostatski tlak mjeri u centru komore. Osim toga, uzmite da je otvaranje ventila tako sporo da su sile na klip uvijek izjednačene, te da su isto tako sile na klip prije otvaranja ventila izjednačene. Pretpostavite da je vodotoranj tolike zapremnine da se razina vode u njemu ne mijenja zbog protoka vode kroz cijevi, komoru i ventil, te da je vodotoranj sa svoje gornje strane otvoren k atmosferi. Konačno, pretpostavite da plin ne izmjenjuje toplinu s okolinom. Zanemarite promjene u toku vode zbog pomicanja klipa. Gustoća vode je konstantna i iznosi 1 kg/L.

### Rješenje:

(a) Ukupni tlak u komori ovisi o brzini vode u njoj i vrijedi (**1 bod za poznavanje ukupnog tlaka, 1 bod za ispravno uzimanje u obzir atmosferskog tlaka**)

$$p_{\text{stat}} = \rho g h_T + p_{\text{atm}} - p_{\text{din}} = \rho g h_T + p_{\text{atm}} - \frac{1}{2} \rho v_k^2,$$

pri čemu je  $\rho$  gustoća vode i  $v_k$  brzina vode u komori. Kako je voda nekompresibilna te kako nema račvanja i kako zanemarujemo promjene u toku vode zbog pomicanja klipa, tok vode u cijeloj komori mora biti jednak toku vode kroz ventil (**1 bod za ispravno korištenje očuvanja toka**)

$$I_k = I_{\text{ventil}} = I_0 t / \tau,$$

s obzirom na to da je tok produkt površine poprečnog presjeka i brzine fluida, imamo (**1 bod za uspješno povezivanje brzine fluida u komori, vremena i pozicije klipa**)

$$v_k x a = I_k = I_{\text{ventil}} = I_0 t / \tau,$$

pri čemu je  $x$  udaljenost klipa od lijevog zida komore. Volumen plina jednoznačno je određen tom varijablom

$$V_{\text{plin}} = a^2(a - x),$$

iz čega slijedi (**1 bod za uspješnu eliminaciju pozicije klipa iz prethodne jednadžbe,**)

$$v_k x a = v_k a \left( a - \frac{V_{\text{plin}}}{a^2} \right) = I_0 t / \tau.$$

Prema naputku u zadatku, ukupna sila na klip mora biti jednaka nuli, stoga je statički tlak jednak tlaku plina (**1 bod za zaključak o hidrostatskom tlaku**). Kombiniranjem prethodno navedenih jednakosti imamo

$$\begin{aligned} \rho g h_T + p_{\text{atm}} - \frac{1}{2} \rho v_k^2 - p_{\text{plin}} &= 0 \\ \rho g h_T + p_{\text{atm}} - \frac{1}{2} \rho \frac{a^2 I_0^2}{(a^3 - V_{\text{plin}})^2 \tau^2} t^2 - p_{\text{plin}} &= 0 \end{aligned}$$

Kako plin ne izmjenjuje toplinu s okolinom, riječ je o adijabatskom procesu (**1 bod za ispravno argumentiran zaključak da je riječ o adijabatskom procesu**) za koji vrijedi  $p = p_0 V_0^\gamma / V^\gamma$  (**1 bod za točnu jednadžbu adijabate**), pri čemu je  $\gamma$  adijabatska konstanta koja za dvoatomni plin iznosi  $7/5 = 1.4$ , slijedi

$$\rho g h_T + p_{\text{atm}} - \frac{1}{2} \rho \frac{a^2 I_0^2}{(a^3 - V_{\text{plin}})^2 \tau^2} t^2 - \frac{p_{\text{plin},0} V_{\text{plin},0}^\gamma}{V_{\text{plin}}^\gamma} = 0.$$

Konačno, uzmemo li u obzir da je početni tlak plina jednak ukupnom tlaku (jer nema toka) te da je njegov volumen  $a^3/2$  (**1 bod za ispravan zaključak o početnom tlaku**), dolazimo do tražene jednadžbe (**2 boda za točnu jednadžbu**)

$$\rho g h_T + p_{\text{atm}} - \frac{1}{2} \rho \frac{a^2 I_0^2}{(a^3 - V_{\text{plin}})^2 \tau^2} t^2 - (\rho g h_T + p_{\text{atm}}) \frac{(0.5a^3)^\gamma}{V_{\text{plin}}^\gamma} = 0.$$

(b) Statički tlak u komori nakon otvaranja ventila se smanji, te se plin počne ekspanzirati (**1 bod za točan zaključak kako se volumen plina mijenja**). Stoga će traženi volumen morati iznositi

$1.1a^3/2 = 0.55a^3$  te se vrijeme potrebno za tu promjenu dobije rješavanjem jednadžbe koju smo prije postavili (**1 bod za uspješno sređivanje izraza, 1 bod za točan rezultat za vrijeme**).

$$\rho gh_T + p_{\text{atm}} - \frac{1}{2}\rho \frac{a^2 I_0^2}{(a^3 - 0.55a^3)^2 \tau^2} t^2 - (\rho gh_T + p_{\text{atm}}) \frac{(0.5a^3)^\gamma}{(0.55a^3)^\gamma} = 0$$

$$t = \sqrt{\frac{2(1 - 0.55)^2 \tau^2 a^4}{\rho I_0^2} (\rho gh_T + p_{\text{atm}}) \left(1 - \left(\frac{0.5}{0.55}\right)^{1.4}\right)} = 38113 \text{ s} \approx 10.56 \text{ h}.$$

Kako je riječ o adijabatskom procesu, rad koji plin obavlja bit će jednak smanjenju njegove unutarnje energije (**1 bod za točan zaključak o radu**).

$$\Delta W = -\Delta U = -\frac{5}{2}nk_B\Delta T_{\text{plin}} = -\frac{5}{2}\Delta(p_{\text{plin}}V_{\text{plin}}),$$

Član koji odgovara produktu konačnog volumena i tlaka možemo dobiti iz jednadžbe adijabate (**1 bod za uspješnu kombinaciju izraza za rad i jednadžbe adijabate, 1 bod za uspješno sređivanje izraza**)

$$\Delta W = -\frac{5}{2}\Delta(p_{\text{plin}}V_{\text{plin}}) = \frac{5}{2}(p_{\text{plin},0}V_{\text{plin},0} - p_{\text{plin}}V_{\text{plin}}) = \frac{5}{2}(p_{\text{plin},0}V_{\text{plin},0} - p_{\text{plin},0}V_{\text{plin},0}^\gamma V_{\text{plin}}^{1-\gamma}),$$

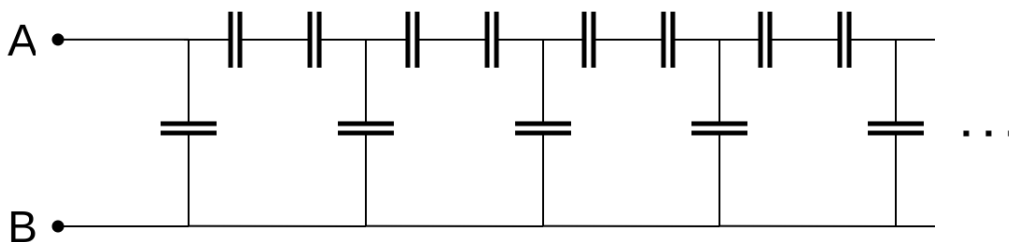
$$\Delta W = -\frac{5}{2}\Delta(p_{\text{plin}}V_{\text{plin}}) = \frac{5}{2}(\rho gh_T + p_{\text{atm}}) \frac{a^3}{2} \left(1 - \left(\frac{0.5a^3}{0.55a^3}\right)^{1-\gamma}\right) = \frac{5}{2}(\rho gh_T + p_{\text{atm}}) \frac{a^3}{2} \left(1 - \left(\frac{0.5}{0.55}\right)^{0.4}\right),$$

u konačnici dobivamo (**1 bod za točan rezultat za rad**)

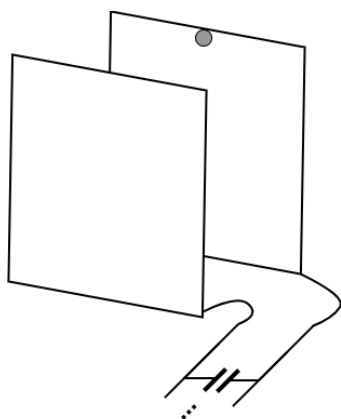
$$-\Delta W = 9.3235 \text{ J}.$$

**Zadatak 2.** (ukupno bodova: 20)

Promotrite beskonačan sustav kondenzatora posložen u obliku ljestava čija je shema dana na slici.



(a) Ako su kapaciteti svih kondenzatora u sustavu jednaki i iznose 20 nF, odredite koliki je ukupni kapacitet između terminala A i B sa slike. Naputak: kako je zadani sustav beskonačan, probajte ga prikazati kao spoj nekog konačnog sustava i sustava identičnog zadanom.

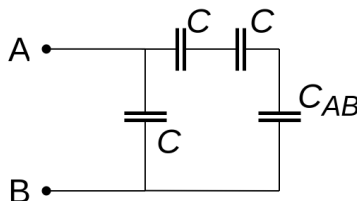


(b) Sustav iz prethodnog podzadatka sada nabijemo s ukupno 100 mC naboja te potom spojimo terminale A i B na ploče planparalelnog kondenzatora oblika kvadrata, duljine stranice 50 cm i razmaka među pločama 20 cm. Ploče postavimo tako da su orijentirane okomito te uz pozitivno nabijenu ploču, na njezinu gornjem rubu, pritisnemo malu metalnu kuglicu mase 10 g. Kada kuglica dotakne ploču, ona se nabije s 50 nC naboja te je tada pustimo u gibanje. Skica ovog postava dana je na slici lijevo. Odredite koliki je iznos ukupne konačne brzine koju kuglica ima kada izađe iz polja kondenzatora i koliko vremena protekne do tog trenutka.

Pretpostavite da su sve spojne žice idealni vodiči te da je električno polje unutar planparalelnog kondenzatora savršeno homogeno. Za gibanje kuglice pretpostavite da se ona u svakom sudaru s pločama nabije tako da je iznos naboja koji ona nosi 50 nC te da su ti sudari savršeno elastični.

Zanemarite otpor zraka i pretpostavite da je naboj koji kuglica izmjenjuje s pločama kondenzatora dovoljno malen da ne mijenja ni naboj na pločama ni električno polje u kondenzatoru. Pretpostavite i to da nema nikakvih izboja niti curenja naboja s ploča kondenzatora. Konačno, uzmite da je permitivnost zraka jednaka permitivnosti vakuumu i iznosi  $8.854 \cdot 10^{-12}$  F/m.

**Rješenje:**



(a) Kako bismo riješili ovaj sustav, iskoristit ćemo njegovu simetriju. Sustav možemo promotriti kao paralelni spoj dviju grana, koji je shematski prikazan na slici. Prva grana ima samo jedan kondenzator, druga dva u seriji zajedno s ostatkom sustava. No, kako je originalni sustav koji promatramo beskonačan, ostatak sustava iz druge grane mora biti identičan cijelom sustavu (**3 boda za uspješno korištenje simetrije za svođenje sustava na konačan sustav; razlog za pojednostavljivanje mora**

**biti dobro argumentiran**). Sada, koristeći se pravilima spajanja kondenzatora u seriju i paralelu (**1 bod za poznavanje pravila spajanja kondenzatora**), možemo pisati za kapacitet dva kondenzatora  $C_2$  u seriji

$$C_2 = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C}} = \frac{C}{2}.$$

Promatrajući cijeli sustav, imamo (**1 bod za ispravno postavljenu jednadžbu za kapacitet**.)

$$C_{AB} = C + \frac{1}{\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{AB}}},$$

te dolazimo do kvadratne jednadžbe

$$C_{AB}^2 - CC_{AB} - \frac{C^2}{2} = 0,$$

biramo pozitivni korijen rješenja i tako dolazimo do traženog kapaciteta (**1 bod za točan i argumentirani odabir korijena kvadratne jednadžbe 1 bod za točan rezultat za kapacitet**)

$$C_{AB} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}C = 27.3205 \text{ nF}.$$

(b) Opis gibanja loptice u ovom podzadatku može se drastično pojednostaviti ako primijetimo nekoliko stvari. Prvo, električno polje ubrzava lopticu samo u horizontalnom smjeru te je iznos tog ubrzanja neovisan o visini loptice. To znači da gibanje možemo rastaviti u dva neovisna gibanja, jedno u vertikalnom smjeru, drugo u horizontalnom. Gibanje u vertikalnom smjeru jednostavno je slobodan pad, dok je gibanje u horizontalnom smjeru jednoliko ubrzano u konstantnom električnom polju. Kada god loptica udari ploču, sustav se efektivno pretvori u zrcalnu kopiju samog sebe: loptica se giba u drugom smjeru s istim iznosima obiju komponenti brzine (zbog elastičnog sudara) te njezin naboj promijeni predznak. Za potrebe iznosa brzine i ubrzanja to je zapravo ekvivalentno sustavu u kojem loptica uopće ne udari u ploču, nego se nastavi gibati pod utjecajem istog polja kao i prije. Sveukupno, umjesto da razmatramo gibanje isprekidano odbijanjima od ploče, možemo samo proučavati horizontalni hitac s konstantnim ubrzanjem u horizontalnom smjeru bez početne brzine (**3 boda za uspješnu argumentaciju kako se gibanje loptice može pojednostaviti**).

Sada moramo odrediti iznos tog ubrzanja i riješiti gibanje. Kapacitet planparalelnog kondenzatora je  $C_p = \epsilon \frac{l^2}{d} = 110.675 \text{ pF}$ , pri čemu je  $l$  duljina stranice ploče, a  $d$  njihova udaljenost (**1 bod za uspješno korištenje izraza za planparalelni kondenzator**). Prilikom spajanja tog kondenzatora s nabijenim sustavom koji smo maloprije opisali, nema curenja naboja te će se potencijali morati izjednačiti. To znači da vrijedi (**1 bod za točan uvjet na konačni napon, 1 bod za uvjet s očuvanjem naboja**)

$$\frac{Q_{AB}}{C_{AB}} = U_{AB} = U_p = \frac{Q_p}{C_p}$$

$$Q_{uk} = Q_p + Q_{AB},$$

rješavanjem ovog sustava dobivamo (**1 bod za točno rješenje sustava jednadžbi**)

$$Q_p = \frac{Q_{uk}}{1 + \frac{C_{AB}}{C_p}}.$$

Stoga je razlika potencijala između ploča planparalelnog kondenzatora jednaka

$$U_p = \frac{Q_p}{C_p} = \frac{Q_{uk}}{C_p + C_{AB}}.$$

Kako je električno polje homogeno, njegov se iznos može dobiti preko kvocijenta napona i udaljenosti ploča **(1 bod za točan rezultat za električno polje)**

$$E_p = \frac{U_p}{d} = \frac{1}{d} \frac{Q_{uk}}{C_p + C_{AB}}.$$

Akceleracija u horizontalnom smjeru, koji ćemo označiti s  $x$  onda je **(1 bod za točan rezultat za akceleraciju.)**

$$a_x = \frac{qE_p}{m},$$

pri čemu je  $q$  iznos naboja loptice, a  $m$  njezina masa. Kako je riječ o jednoliko ubrzanom gibanju, brzina u tom smjeru ovisi o vremenu kao

$$v_x = \frac{qE_p}{m} t.$$

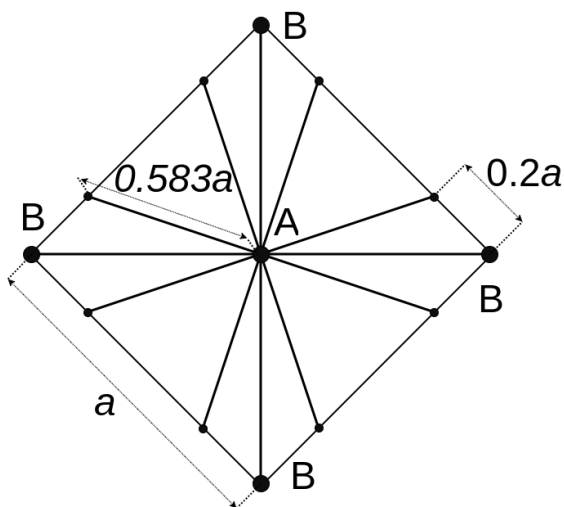
Vrijeme potrebno za pad loptice lako se dobije promatrajući slobodan pad **(1 bod uspješno rješavanje jednolikog ubrzanog gibanja. 1 bod za točan rezultat za vrijeme pada.)**

$$s = g \frac{t^2}{2} \quad \rightarrow \quad t_{\text{pad}} = \sqrt{2l/g} = 0.3193 \text{ s}.$$

Iznos brzine u tom je trenutku onda **(1 bod za ispravno baratanje vektorom brzine kako bi se dobio njegov iznos, 1 bod za točan konačan rezultat za iznos brzine)**

$$|\vec{v}_{\text{kon}}| = \sqrt{(gt_{\text{pad}})^2 + \left(\frac{qE_p}{m} t_{\text{pad}}\right)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE_p}{m}\right)^2} \cdot t_{\text{pad}} = 29.2682 \text{ m/s}.$$

**Zadatak 3.** (ukupno bodova: 19)



Promotrite sklop napravljen od cilindričnih otpornih žica identičnih radijusa u obliku kvadrata prikazanog shematski na slici. Sve su žice napravljene od posebnog kristala koji, kada se zagrijava, ima fazni prijelaz iz stanja visoke otpornosti u stanje niske otpornosti koja je 100 puta manja od otpornosti prije faznog prijelaza.

Istosmjerni naponski izvor spoji se s jednim svojim terminalom u točku A sklopa, dok se drugi terminal spoji paralelno na sve četiri točke B te se žice, čija je početna temperatura točno temperatura faznog prijelaza, počnu zagrijavati.

(a) Odredite ekvivalentni otpor tako spojenog strujnog kruga. Otpor žice u fazi visoke otpornosti čija duljina odgovara duljini stranice kvadrata je 1 om.

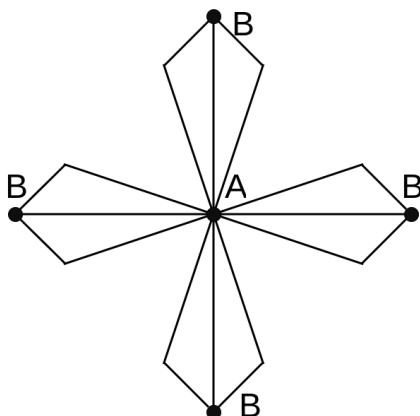
(b) Odredite ekvivalentni otpor nakon što prva skupina žica prođe kroz fazni prijelaz. Identificirajte sve žice koje su tada prošle kroz fazni prijelaz. Naputak: razmislite kako toplina koja se oslobađa u otpornoj žici ovisi o njezinoj duljini.

(c) Odredite omjer vremena koliko je potrebno da prva skupina žica prođe kroz fazni prijelaz te vremena potrebnog da druga skupina žica prođe kroz fazni prijelaz. Postoje li neke žice u ovom sklopu koje nikada neće proći kroz fazni prijelaz?

Pretpostavite da nema termalnog širenja, da se prilikom faznog prijelaza kristalu ne mijenjaju ni gustoća ni oblik te da otpor svih žica ostaje konstantan dok se u potpunosti ne dovrši fazni prijelaz. Uzmite da izvor nema unutarnji otpor. Zanimajte vođenje topline i sve toplinske gubitke u sustavu.

Napomena: u ovom zadatku žicom zovemo svaki individualni ravni segment između spojeva na shemi. Spojevi su na shemi označeni krugovima te se nalaze na račvanjima sklopa, što uključuje točke A i B. Sveukupno, dakle, sklop koji promatramo ima 24 žice i 13 spojeva. Spojevi ne unose dodatan otpor u strujni krug.

## Rješenje:



(a) Promotrimo li sklop, možemo primijetiti da, zbog simetrije, struja nikada ne teče središnjim žicama na stranicama kvadrata jer se njihovi krajevi moraju nalaziti na istom potencijalu. Stoga, možemo samo promatrati ekvivalentnu shemu sa slike (2 boda za ispravno korištenje simetrije kako bi se eliminirale žice kojima struja ne teče). Dodatno, odmah možemo zaključiti i to da te 4 žice koje smo izbacili iz kruga neće nikada proći kroz fazni prijelaz (1 bod točan zaključak za žice koje neće proći kroz fazni prijelaz).

Sada pak možemo pojednostavljeni sklop shvatiti kao 4 paralelna spoja od po jedne latice od kojih se svaka sastoji od po dvije žice duljine  $0.2a$ , dvije žice duljine  $0.583a$  te jedne žice duljine polovine dijagonale  $\sqrt{2}a/2$  (1 bod za ispravnu interpretaciju pojednostavljene sheme sklopa preko paralelnog i serijskog spoja). Pri tome su žice na vanjskoj strani latice duljina  $0.2a$  i  $0.583a$  spojene serijski. Otpor latice je (1 bod za poznavanje pravila spajanja otpornika, 1 bod za točan međurezultat za otpor podsklopa)

$$R_L = \frac{R_a}{\frac{1}{0.2+0.583} + \frac{1}{0.2+0.583} + \frac{2}{\sqrt{2}}} = 0.2520R_a,$$

pri čemu je  $R_a$  otpor žice duljine stranice  $a$ . Ukupni je otpor sklopa (1 bod za točan rezultat za ekvivalentni otpor)

$$R_{uk} = \frac{R_L}{4} = 0.0630R_a = 0.0630\Omega.$$

(b) Kako se masa žica povećava linearno s duljinom, ukupna je latentna toplina potrebna da neka žica duljine  $l$  prođe kroz fazni prijelaz (1 bod za ispravan zaključak o ovisnosti latentne topline o duljini žice)

$$L_l = L_a \frac{l}{a},$$

pri čemu je  $L_a$  latentna toplina potrebna da žica duljine  $a$  prođe kroz fazni prijelaz. Promotrimo li pojednostavljeni sklop još jednom, možemo primijetiti da se on sastoji od samo dva različita elementa: žica na rubu latice, duljina  $0.2a$  i  $0.583a$ , koje možemo promatrati zajedno kao jednu žicu duljine  $0.783a$ , te žice u sredini duljina  $\sqrt{2}a/2 \approx 0.7071a$  (1 bod za uspješno razmatranje i grupiranje elemenata sklopa u grupe koje istovremeno moraju proći kroz fazni prijelaz). Ti elementi spajaju točke A i B te stoga pad napona na njima mora biti jednak naponu izvora  $U_i$  (1 bod za točan rezultat za napon na žicama). Tako je snaga koja se na njima razvija jednaka (1 bod za poznavanje snage, 1 bod za korištenje Ohmova zakona kako bi se iz ovisnosti eliminirala struja)

$$P_l = UI = \frac{U^2}{R_l} = \frac{U_i^2 a}{R_a l}.$$

Uzmemo li u obzir da mora vrijediti i  $L_l = P_l \Delta t$ , slijedi (1 bod za ispravno kombiniranje izraza kako bi se dobila ovisnost vremena faznog prijelaza o duljini)

$$\Delta t = \frac{L_l}{P_l} = L_a \frac{l}{a} \frac{R_a l}{U_i^2 a} = \frac{R_a L_a}{U_i^2 a^2} l^2.$$



Prvi element koji prolazi kroz fazni prijelaz jest onaj kraći (**1 bod za točan i argumentiran zaključak koji elementi prvi imaju fazni prijelaz**), odnosno žice u sredini latice te je vrijeme potrebno za to (**1 bod za točan rezultat za vrijeme**)

$$\Delta t_1 = \frac{L_{\sqrt{2}a/2}}{P_{\sqrt{2}a/2}} = \frac{1}{2} \frac{R_a L_a}{U_i^2}.$$

Nakon ovog faznog prijelaza otpor tih žica smanji se za faktor 100, tako da je ukupni otpor latice (**1 bod za točan međurezultat za otpor podsustava**)

$$R_L = \frac{R_a}{\frac{1}{0.2+0.583} + \frac{1}{0.2+0.583} + 100 \frac{2}{\sqrt{2}}} = 0.0070 R_a,$$

pri čemu je  $R_a$  otpor žice duljine stranice  $a$ . Ukupni je otpor sklopa (**1 bod za točan rezultat za otpor nakon prvog faznog prijelaza**)

$$R_{uk,1} = \frac{R_{L,1}}{4} = \frac{1}{4} \frac{R_a}{\frac{1}{0.2+0.583} + \frac{1}{0.2+0.583} + 100 \frac{2}{\sqrt{2}}} = 0.0017 R_a = 0.0017 \Omega.$$

(c) Nakon što su žice u sredini latica prošle kroz fazni prijelaz, naša se analiza za drugi element (žice na rubu latica) ne mijenja (**1 bod za ispravan zaključak kako fazni prijelaz drugih žica ne mijenja račun**), te je njihovo vrijeme potrebno za fazni prijelaz

$$\Delta t_2 = \frac{L_{0.783a}}{P_{0.783a}} = 0.6131 \frac{R_a L_a}{U_i^2}.$$

Konačno, traženi je omjer (**1 bod za točan rezultat za omjer**)

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{2 \cdot 0.6131} = 0.8155.$$

**Zadatak 4.** (ukupno bodova: 13)

U zatvorenoj komori s klipom nalazi se 6 mola vodikovih molekula. U komoru se ubrizga 3 mola kisikovih molekula. Potom se pomicanjem klipa volumen komore smanjuje dok se plinska smjesa ne samozapali na temperaturi od 500 stupnjeva Celzijevih. Pretpostavite da tijekom ubrizgavanja plina i gibanja klipa nema izmjene topline s okolinom, da klip bez trenja klizi u horizontalnom smjeru unutar komore te da je klip za vrijeme gorenja i procesa nakon gorenja fiksiran.

(a) Odredite koja je konačna temperatura vode u komori nakon što sav vodik i kisik izgore.

(b) Nakon što je gorenje gotovo, sustavu se omogući izmjena topline s okolinom te se ovaj proces odvija dok se tlak u komori ne smanji 10 puta. Odredite konačnu temperaturu sustava, te koliko je vode u kojemu agregacijskom stanju.

Pretpostavite da se gorenje odvije trenutno, pri čemu se po dva atoma vodika i jedan atom kisika povežu kako bi stvorili jednu molekulu vode. U takvoj reakciji oslobađa se toplina te u tom sustavu možete pretpostaviti da gorenje oslobađa efektivno 2.858 kJ/mol topline (računato po molu molekula vodika), a tako oslobođena toplina povećava unutarnju energiju sustava. Uzmite da je sva novonastala voda u plinovitom stanju.

Zanemarite volumen u komori koji zauzima voda u tekućem stanju te pretpostavite da stanje tlaka u komori nema utjecaja na ukapljivanje vode. Uzmite da se svi plinovi mogu opisati kao idealni dvoatomni plinovi (uključujući i vodenu paru, gdje uzimamo da temperatura neće biti dovoljno visoka da pobudi dodatne stupnjeve slobode). Molekule vodika i imaju po dva vodikova atoma, kao i molekule kisika koje se sastoje od po dva atoma kisika.

**Rješenje:**

(a) U ovom procesu gorenja oslobađa se ukupno  $Q_{uk} = \Delta q_{gorenje} n_{\text{vodik}}$  (**1 bod za točan zaključak o oslobođenoj toplini**) topline te konačnu temperaturu vodene pare dobijemo preko zakona očuvanja energije (**1 bod za ispravno korištenje Z.O.E., 1 bod za poznavanje unutarnje energije idealnog plina, 1 bod za točan rezultat za temperaturu**)

$$U_{\text{nakon izgaranja}} = U_{\text{poslije kompresije}} + Q_{uk}$$

$$T_{\text{nakon izgaranja}} = T_{\text{poslije kompresije}} \frac{n_{\text{vodik}} + n_{\text{kisik}}}{n_{\text{voda}}} + \frac{2}{5} \frac{\Delta q_{\text{gorenje}} n_{\text{vodik}}}{R n_{\text{voda}}}$$

$$T_{\text{nakon izgaranja}} = \frac{3}{2} T_{\text{poslije kompresije}} + \frac{2}{5} \frac{\Delta q_{\text{gorenje}}}{R} = 1297.2280 \text{ K.}$$

(b) U ovom procesu imamo izohornu promjenu pri kojoj se prvo smanjuju temperatura i tlak u sustavu, dok se temperatura ne snizi dovoljno da se voda počne ukapljivati (**1 bod za ispravno razlaganje procesa na dva sastavna procesa**). Od tog trenutka temperatura ostaje konstantna, a toplina koju sustav oslobađa dolazi od latentne topline faznog prijelaza vode, dok smanjenje tlaka dolazi od smanjenog broja čestica u plinovitom stanju (**2 boda za u potpunosti ispravan i argumetniran zaključak o ponašanju sustava tijekom faznog prijelaza**).

U izohornoj promjeni kvocijent tlaka i temperature je konstanta (**1 bod za poznavanje jednadžbe stanja idealnog plina ili ekvivalentnih plinskih zakona**) tako da do trenutka kada se voda počinje ukapljivati imamo (**1 bod za točan međurezultat za tlak, 1 bod za ispravan zaključak kako je**

ovdje dovoljno promatrati omjere tlaka kako bi se došlo do konačnog rezultata; bod dodijeliti čak i kada je to implicitno napravljeno, kao što je slučaj ovdje)

$$p_{\text{ukapljivanja}} = p_{\text{nakon izgaranja}} \frac{T_{\text{ukapljivanja}}}{T_{\text{nakon izgaranja}}} = 0.2877 p_{\text{nakon izgaranja}}$$

Za vrijeme ukapljivanja, po naputku zadatka, volumen i temperatura plina ostaju konstantni, stoga kvocijent tlaka i količine tvari mora biti konstantan. Iz ovoga slijedi koliko je molova molekula plina preostalo (**1 bod za točan rezultat za količinu tvari vodene pare**)

$$n_{\text{para, konačno}} = n_{\text{para, početno}} \frac{p_{\text{konačno}}}{p_{\text{ukapljivanja}}} = (6 \text{ mol}) \frac{0.1 p_{\text{nakon izgaranja}}}{0.2877 p_{\text{nakon izgaranja}}} = 2.0859 \text{ mol},$$

dok je konačna količina tvari molekula ukapljene vode  $n_{\text{tekuća voda, konačno}} = n_{\text{para, početno}} - n_{\text{para, konačno}} = 3.9141 \text{ mol}$  (**1 bod za točan rezultat za količinu tvari tekuće vode**). Konačna temperatura sustava jest temperatura ukapljivanja vode, 373.15 K (**1 bod za točan rezultat za konačnu temperaturu**).

Fizikalne konstante:

ubrzanje sile teže blizu površine Zemlje:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

atmosferski tlak, odnosno tlak koji odgovara jednoj atmosferi:

$$p_{\text{atm}} = 1 \text{ atm} = 101300 \text{ Pa}$$

temperatura apsolutne nule:

$$T_0 = -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$$

plinska konstanta:

$$R = 8.314 \text{ J/Kmol}$$